



## **MEDIDA DE MODOS VIBRACIONAIS PREVISTOS TEORICAMENTE PARA UMA PLACA METÁLICA CIRCULAR**

### **Paulo M. Garcia**

Academia da Força Aérea, DE, Campo Fontenele,  
13.643-000 -- Pirassununga, SP

### **Rui B. Campos**

Freios Varga a Lucas Varity Company  
Limeira – SP

### **Jaime Frejlich**

Universidade Estadual de Campinas, IFGW – Laboratório de Óptica  
Cx.P. 6165 – 13083-970 – Campinas, SP

**Resumo:** *Descrevemos o uso da holografia interferométrica em média temporal para medir os modos de vibração de uma placa metálica fina. O holograma foi registrado em um cristal fotorrefrativo de  $Bi_{12}TiO_{20}$  que produz imagens reversíveis, em tempo real, do padrão de vibração. Estas imagens são projetadas em uma câmera CCD e enviadas para um computador para serem processadas. Um sistema opto-eletrônico de realimentação negativa é usado para compensar as perturbações ambientais de baixa frequência e assim produzir imagens de boa qualidade. Os resultados experimentais são comparados com aqueles previstos pela teoria de análise modal, utilizando-se um programa comercial de elementos finitos.*

**Palavras-chave:** *Modos vibracionais, Holografia, Fotorrefrativos.*

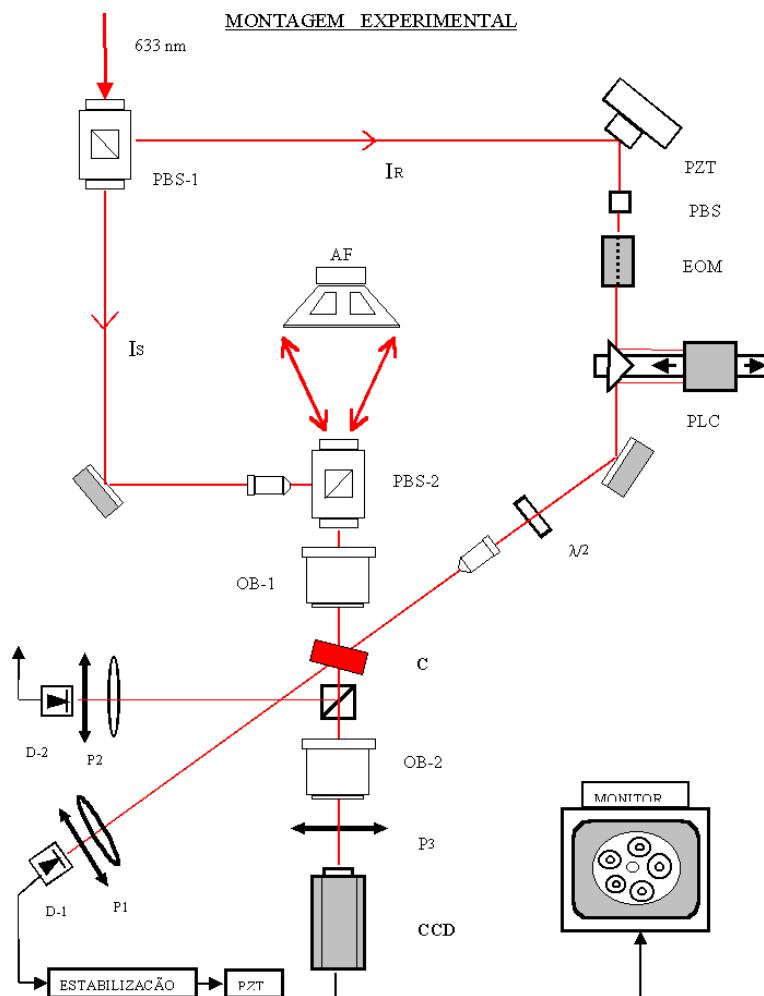
## **1. INTRODUÇÃO**

Os cristais fotorrefrativos se caracterizam por terem os seus índices de refração alterados localmente, de acordo com o padrão de interferência de luz projetado sobre eles. Esta variação do índice de refração se dá devido ao campo elétrico resultante da redistribuição de portadores excitados pela luz, uma vez que estes cristais são eletro-ópticos. Esta modulação do índice dá origem a um holograma de volume do objeto estudado. Entretanto, como o meio de registro é reversível, assim que aquele padrão de interferência se modifica, o holograma antigo se apaga, e um novo holograma é formado. O tempo de resposta para um novo registro holográfico depende da sensibilidade do cristal para o comprimento de onda do laser utilizado, e da intensidade luminosa total dos feixes que chegam até o cristal. Portanto, dependendo do movimento do objeto, no caso uma superfície, partes do holograma serão reforçadas, e outras apagadas. O que permite mapear os modos de vibração desta superfície. Este tipo holograma, em que registro é feito durante um tempo grande comparado com o período da vibração sob

estudo denomina-se “holograma de média temporal” (Huignard, 1977). Este tipo de holografia já tem sido aplicada no estudo de vibrações em produtos industriais como p.ex. os freios automotivos (Fieldhouse,1994). A grande vantagem do uso dos cristais fotorrefrativos como meio de registro holográfico está na visualização, em tempo real, do modo de vibração. A análise de modos de vibração de auto-falantes comerciais foi realizada em uma montagem mais simples (Barbosa, 1994).

## 2. MONTAGEM EXPERIMENTAL

A montagem holográfica utilizada está esquematizada na figura abaixo. Utilizamos um Laser de He-Ne ( $\lambda=633nm$ ) de potência máxima de 60mW. Os PBS-(1,2) são divisores de feixes polarizantes com divisão variável de intensidade.  $I_R$  e  $I_S$  são os feixes referência e objeto na saída do divisor PBS-1. A placa metálica sob estudo (alvo) está fixada em frente ao alto-falante AF. O PZT é constituído por um espelho apoiado sobre cristais piezoelétricos e é utilizado, no sistema de estabilização, para corrigir as perturbações externas de baixa frequência. O Modulador Eletro-Óptico EOM gera uma modulação de fase de frequência muito acima da frequência de resposta do holograma, em um dos feixes, o que é usado como sinal de referência para a operação do sistema de Estabilização (Amplificador Lock-in e o PZT.).



O PLC (Path Length Compensator) é usado para diminuir a diferença de caminho óptico entre os braços (R e S) do interferômetro possibilitando obter um melhor contraste das franjas de interferência. C é um cristal fotorrefrativo de  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO) onde o holograma é gravado. Devido às suas propriedades anisotrópicas, é possível escolher uma determinada polarização para os feixes de entrada de tal forma que na face de saída do cristal, os feixes *transmitido* e *difratado* pela rede ali gerada, terão polarizações ortogonais (Kamshilin,1985). Portanto são facilmente separados (ou misturados) com a ajuda de polarizadores (P1;2;3). Os detectores D-1;2 servem respectivamente para monitorar o sinal difratado, e para a detecção do sinal usado na estabilização do sistema. As lentes objetivas OB-1;2 ajudam, primeiro, a focalizar a imagem do objeto no cristal, e segundo, a imagem difratada, do feixe referência  $I_R$ , na câmera CCD.

Para melhorar a quantidade de luz coletada da placa, o que é um ponto-chave do sistema, aplicamos sobre a placa uma tinta retro-refletiva (Codit-prata da 3M), pois deste modo quase toda a luz que a ilumina é coletada de volta para fazer a imagem sobre o cristal. A aplicação desta tinta permite também obter um cone de luz de abertura controlável, possibilitando iluminar superfície de diferentes tamanhos.

O sistema de estabilização ativa permite compensar as perturbações externas, como fluxo de ar e vibrações de baixa frequência (Kamshilin,1986), (Freschi,1995).

### 3. HOLOGRAFIA INTERFEROMÉTRICA DE MÉDIA TEMPORAL

A eficiência de difração ( $\eta$ ) do holograma gravado no cristal depende de vários fatores, como a amplitude local do campo elétrico gerado pela distribuição de cargas ( $E_{sc}^o$ ), do comprimento de onda utilizado ( $\lambda$ ), do ângulo de interferência ( $\theta$ ), e da espessura do cristal ( $d$ ), de modo que podemos escrever (Kamishilin,1986):

$$\eta = m^2 \eta_o(E_{sc}^o, \lambda, \theta, d) \quad (1)$$

onde  $m$  é a visibilidade das franjas de interferência que depende da relação entre as intensidades dos feixes incidentes, assim como da relação entre as suas fases, e  $\eta_o$  é a eficiência de difração para  $m=1$ .

Se considerarmos que, em um determinado ponto da imagem projetada no cristal, a amplitude de vibração da placa provoque uma modulação de fase do feixe, de amplitude  $\varphi_a$ , então a visibilidade média para aquele ponto será:  $m = m_o J_o(\varphi_a)$ , onde  $J_o(\varphi_a)$  é a função de Bessel de ordem zero de  $\varphi_a$ . Assim, a eficiência de difração pode ser escrita como (Huignard:77):

$$\eta = m^2 \eta_o J_o^2(\varphi_a) \quad (2)$$

Considerando-se a relação entre a amplitude de fase  $\varphi_a$  e a amplitude de oscilação da placa  $\Delta\ell$ , teremos um fundo brilhante para uma região em repouso, ( $\Delta\ell = 0 \Rightarrow \varphi_a = 0$ , e  $J_o(0) = 1$ ), e as sucessivas franjas escuras correspondendo aos zeros da função de Bessel:

1ª franja  $\rightarrow \Delta\ell = 0.12\mu\text{m}$ , 2ª franja  $\rightarrow \Delta\ell = 0.28\mu\text{m}$ , 3ª franja  $\rightarrow \Delta\ell = 0.44\mu\text{m}$ , etc...

### 4. CÁLCULO TEÓRICO

A título de verificação das figuras obtidas pelas imagens halográficas obtidas no cristal, foi efetuada uma análise das frequências e dos modos naturais de vibração da placa metálica. Para esta análise foi utilizado o pacote comercial Ansys. O método utilizado foi o reduzido, que

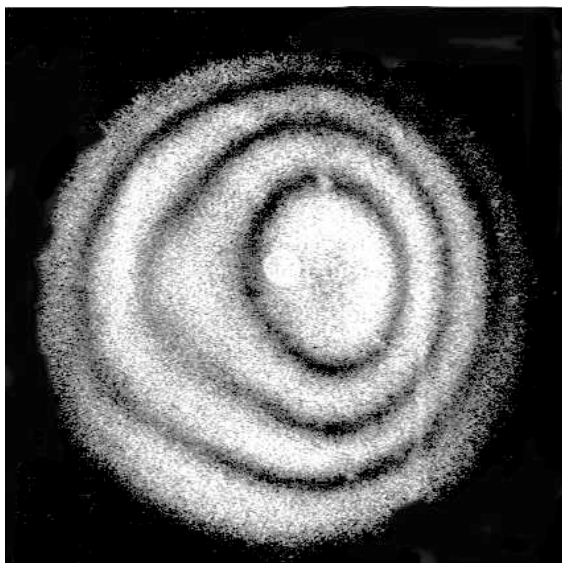
consiste em se modelar o sistema, escolher os graus de liberdade de interesse da análise, reduzir as matrizes de massa e rigidez para as dimensões do problema, extrair os auto-valores e auto-vetores do sistema e expandir para o modelo completo. Este método foi escolhido devido às limitações da licença da cópia do pacote utilizado. O modelo foi construído utilizando-se elementos do tipo casca de oito nós e utilizando-se propriedades de massa calculada pelas dimensões e peso da chapa. O material é Bronze fosforado, e algumas propriedades medidas foram: densidade:  $6,24\text{g/cm}^3$ , área livre:  $79,5\text{mm}$ , e ainda espessura:  $0,2\text{mm}$ . Para a rigidez utilizou-se de valores de tabela.

A título de simplificação, foi considerado um engastamento total na borda da chapa. Também foi feito um estudo harmônico, na faixa de 200 a 800 Hz, porém o resultado foi desconsiderado, devido ao desconhecimento da forma do campo sonoro gerado pelo alto-falante e necessidade de ajuste da condição de contorno de engastamento.

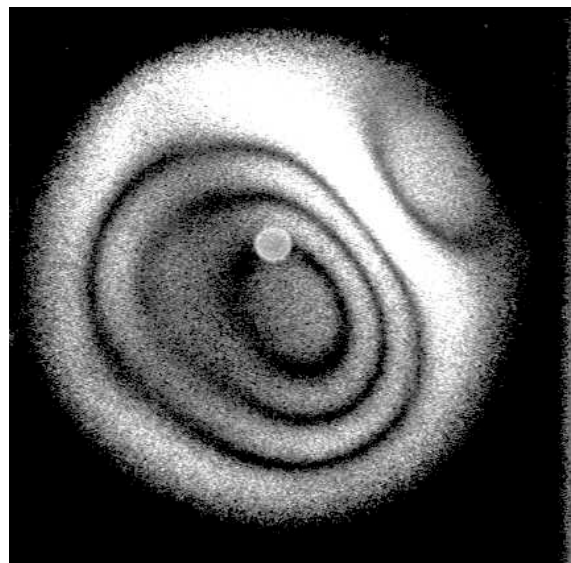
## 5. RESULTADOS OBTIDOS

### MEDIDAS DIRETAS:

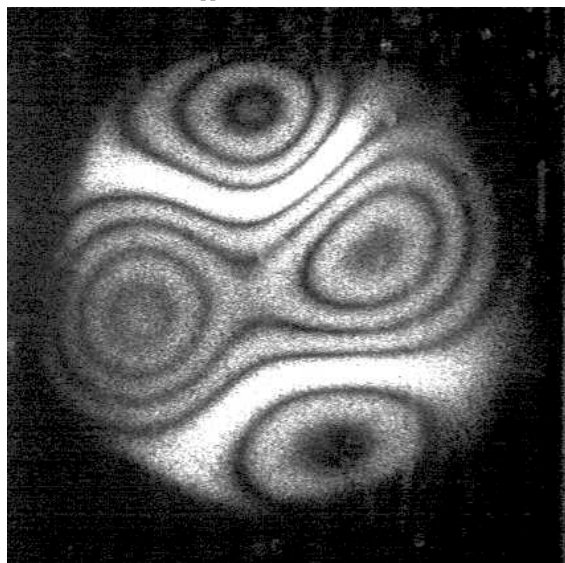
F=255 Hz,  $V_{pp}=90\text{ mV}$



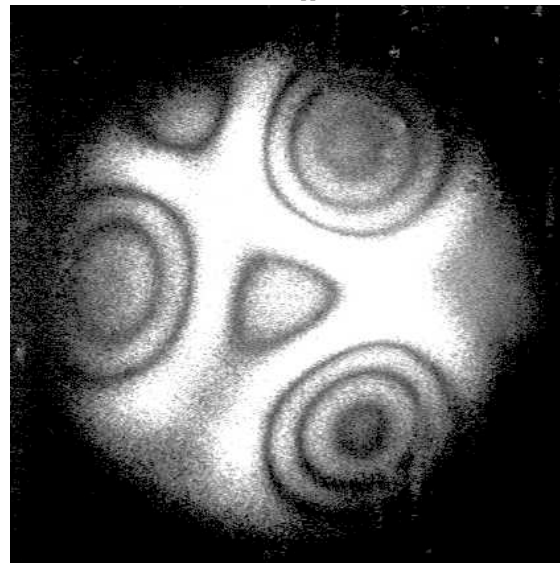
F=540 Hz,  $V_{pp}=40\text{mV}$



F=600 Hz,  $V_{pp}=30\text{ mV}$

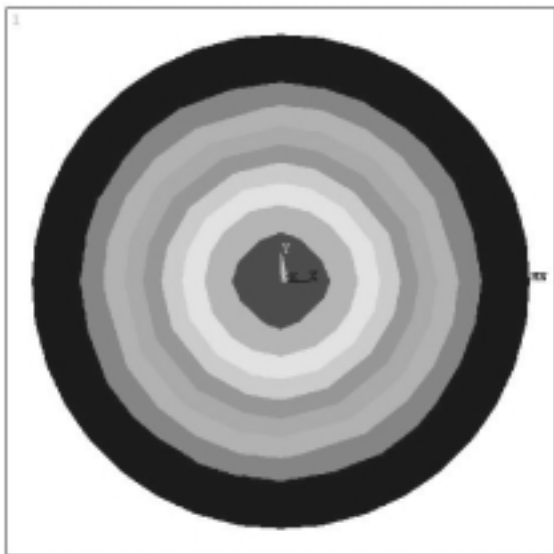


F=800 Hz,  $V_{pp}=60\text{ mV}$

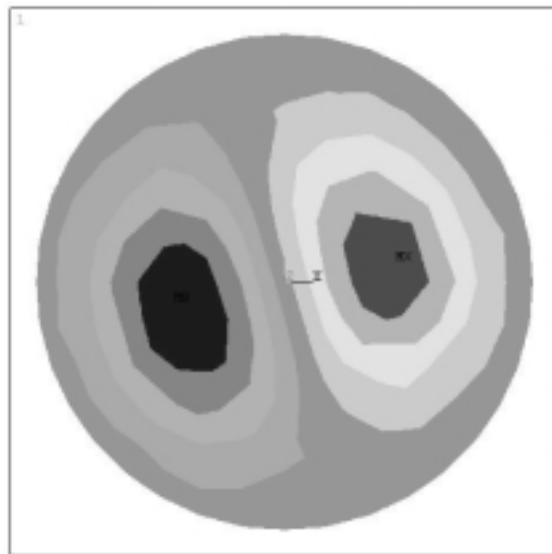


## SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

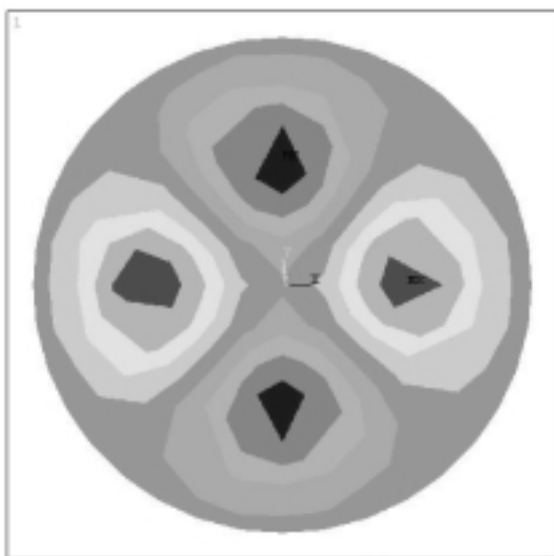
modo1 n=0 F = 265.71



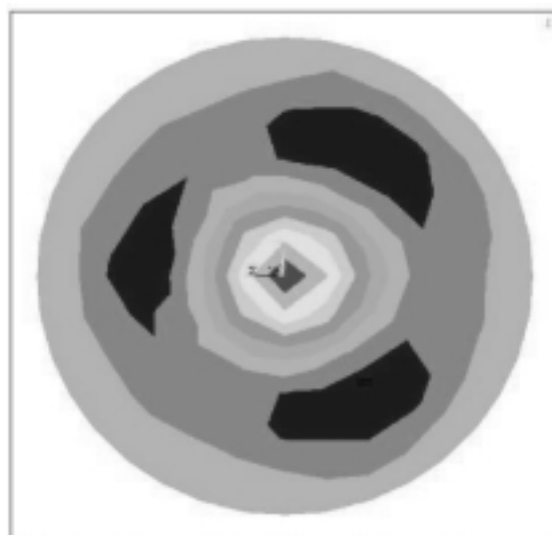
modo2. n=1 F=566.17



modo3 n=2 F= 942.28



modo4 n=3 F=1129.3



Podemos ver que há uma boa relação entre os modos previstos teoricamente e aqueles obtidos holograficamente. Entretanto, as frequências em que devem ocorrer são diferentes. Para frequências mais altas a correspondência é ainda menor, indicando a necessidade de se ajustar o modelo teórico e os parâmetros utilizados.

## 6. CONCLUSÃO

Desenvolvemos um protótipo para um sistema de análise vibracional em superfícies que se mostrou viável, e de interesse prático operacional. Este tipo de sistema se caracteriza pela propriedade de permitir a detecção e a medida de deformações com muita precisão ( $\sim 10^{-7} m$ ).

As discrepâncias entre os modos reais e os calculados se deve primeiramente à falta de uniformidade da placa ou de um perfeito engastamento desta, e em segundo lugar, ao uso de parâmetros do material diferentes de seus valores reais.

Este estudo nos leva a concluir que a simulação teórica neste caso, é interessante como forma de previsão dos modos possíveis para um determinado material sob condições controladas. Entretanto, para se obter um nível satisfatório de correspondência entre as previsões e o resultados obtidos na prática, se faz necessário conhecer com muita precisão propriedades e parâmetros tais como: densidade, elasticidade, forma de engastamento e campo sonoro a que está submetido o dispositivo sob estudo, dados estes que nem sempre são disponíveis na prática.

## REFERÊNCIAS

- Barbosa, E., Frejlich, J., Prokofiev, V. V., Gallo, H., Andreeta, J. P., 1994, Adaptive holographic interferometry for two-dimensional vibrational mode display, *Optical Engineering*, vol. 33, pp. 2659-2662.
- Fieldhouse, J. D., Newcomb, T. P., 1994, Self excited break noise investigation using the technique of classical holographic interferometry, *SPIE-Vibration Measurements*, vol. 2358, pp. 346-358
- Freschi, A. A., Frejlich, J., 1995, Adjustable phase control in stabilized interferometry, *Optics Letter*, vol. 20, pp. 635-637
- Huignard, J. P., Herriau, J. P., and Valentin T., 1977, Time average holographic interferometry with photoconductive electrooptic  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystals, *Applied Optics*, vol. 16, n. , pp. 2796-2798.
- Kamshilin, A. A. and Petrov, M. P., 1985, Continuous reconstruction of holographic interferograms through anisotropic diffraction in photorefractive crystals, *Optics Communication*, vol. 53, pp. 23-26.
- Kamshilin, A. A., Frejlich, J. and Cescato, L., 1986, Photorefractive Crystals for the Stabilization of the Holographic Setup, *Applied Optics*, vol. 25, pp. 2375-2381

## MEASUREMENT OF THEORETICALLY PREDICTED VIBRATION MODES OF A CIRCULAR METALLIC PLATE

**Abstract:** We report the use of time-average holographic interferometry to measure the vibration modes of a thin metallic plate. The hologram is recorded into a  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  photorefractive crystal that produces real-time reversible images of the pattern of vibration. These images are projected into a CCD camera and sent to a computer for processing. An opto-electronic negative feedback loop is used to compensate the low frequency environmental perturbations in order to produce good quality images. The experimental results are compared with the theoretical predicted ones obtained by modal analysis using a commercial finite elements software.

**Key words:** *Vibration Modes, Holography, Photorefractive crystals*

